Amostragem Aleatória Estratificada

Lucas Magalhães

Table of contents

# 1. 📌 Amostragem Aleatória Estratificada

### 1.0.1 Semana 8

#### 1.0.1.1 [Aula 01 - Amostragem Aleatória Estratificada Simples](https://youtu.be/9XBiTrfr1Xc?si=qv7kBLm70NalEdOJ)

##### 1.0.1.1.1 🧮 Definição

A **Amostragem Aleatória Estratificada** é uma técnica em que a população é dividida em **estratos** (grupos homogêneos internamente), e se sorteia uma amostra aleatória dentro de cada estrato.

##### 1.0.1.1.2 🤔 Por que usar?

* A população pode ser **heterogênea como um todo**, mas **homogênea dentro dos estratos**.
* Garante **representatividade** dos subgrupos.
* **Reduz a variabilidade** das estimativas.
* Permite maior **precisão**, mesmo com o mesmo tamanho de amostra.

##### 1.0.1.1.3 🎯 Objetivo da Aula

**Estimar** , a **média populacional**.

##### 1.0.1.1.4 📊 Definições e Fórmulas

#### 1.0.1.2 População dividida em estratos:

Para cada estrato :

##### 1.0.1.2.1 🧠 Observações

* : número total de estratos.
* A estimativa da média geral pondera as médias de cada estrato pelo seu peso .
* A variância dentro de um estrato pode ser estimada com base na amostra () ou na população () — se conhecida.

##### 1.0.1.2.2 🖼️ Ilustração Visual

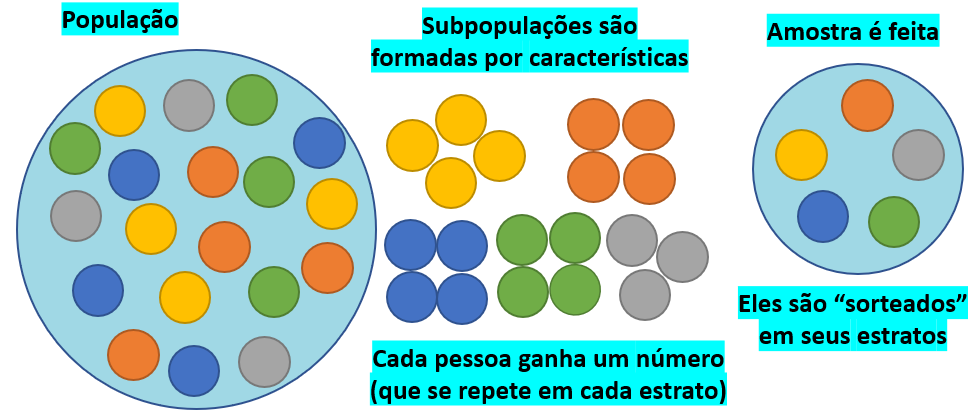


Imagem Ilustrativa

#### 1.0.1.3 [Aula 02](https://youtu.be/3NJADJL4Svo?si=R85zW6jfPnBjBdbF)

##### 1.0.1.3.1 Estimador de

Na AAE (Amostragem Aleatória Estratificada), temos:

onde:

##### 1.0.1.3.2 Teorema 2 (AAE)

é um estimador não-viesado de   
se o plano de amostragem for o de AAS (Amostragem Aleatória Simples) dentro de cada estrato.

##### 1.0.1.3.3 Prova:

#### 1.0.1.4 [Aula 03](https://youtu.be/M0MDqW2umlI?si=AGZcT0-_mvv3B76H)

##### 1.0.1.4.1 Teorema 2 (AAE)

Se as amostras são selecionadas independentemente em cada estrato  
de acordo com o plano de AAS, então:

##### 1.0.1.4.2 🧠 Prova:

Como os estratos são independentes,  
 para :

Pelo Teorema 2 da AAS:

Substituindo:

##### 1.0.1.4.3 Estimador da variância

Pelo Teorema 3 (AAS), se é um estimador não-viesado da variância no estrato:

##### 1.0.1.4.4 Intervalo de Confiança

Se , então:

##### 1.0.1.4.5 ✅ Conclusão:

Ou seja, é não-viesado.

#### 1.0.1.5 [Aula 04](https://youtu.be/DeVMl89thg4?si=70GcKmHQk4L99KJf)

##### 1.0.1.5.1 Estimativa do total de empregados em microempresas

**Objetivo:** Estimar o número total de empregados em microempresas.  
**População total:** distribuídos em 4 regiões.

| Região |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | 3000 | 50 | 750 | 3845 | 5 | 0.6376 | 0.25 |
| II | 1500 | 50 | 150 | 452 | 3 | 0.6408 | 0.13 |
| III | 5500 | 200 | 900 | 4100 | 4.5 | 0.2513 | 0.46 |
| IV | 2000 | 100 | 350 | 1274 | 3.5 | 0.1494 | 0.17 |
| **Total** | 12000 | 500 |  |  |  |  |  |

##### 1.0.1.5.2 Estimador da média estratificada

##### 1.0.1.5.3 Estimador do total

##### 1.0.1.5.4 Estimativa da variância do estimador

##### 1.0.1.5.5 Erro padrão

##### 1.0.1.5.6 Intervalo de Confiança (95%)

Graus de liberdade:

Multiplicando pelo total da população:

### 1.0.2 Semana 9

#### 1.0.2.1 [Aula 01 - 🎯 Alocação ótima na Amostragem Aleatória Estratificada](https://youtu.be/9XBiTrfr1Xc?si=UCk9aWXovJ1j8M1T)

##### 1.0.2.1.1 🔧 Controlando o custo

ou seja,  
 pode ser alocada proporcionalmente a:

##### 1.0.2.1.2 🎯 Controlando a precisão

em que:

##### 1.0.2.1.3 💰 Cálculo do custo total

* = custo fixo total
* = tamanho da amostra no estrato
* = custo unitário no estrato

#### 1.0.2.2 [Aula 02 - Amostragem Estratificada com Controle de Custo](https://youtu.be/Rhygr9GLUq8?si=9Q-eGcgTM8nv41J1)

##### 1.0.2.2.1 🎯 Objetivo da Aula

Estimar a **área média plantada**, **controlando o custo** da amostragem.

##### 1.0.2.2.2 🧾 Custo total

Suponha: - (orçamento total) - (custo fixo/piloto)

O custo disponível para a coleta de dados é:

##### 1.0.2.2.3 🧪 Fórmulas para determinação de tamanho amostral ótimo

A fórmula usada para obter o **tamanho total da amostra** (), sob **controle de custo**, é:

##### 1.0.2.2.4 📘 Componentes:

* : Tamanho do estrato
* : Desvio padrão do estrato
* : Custo por unidade amostral no estrato
* : tamanho ótimo total da amostra
* : tamanho da amostra no estrato
* : peso do estrato
* : ponderador do estrato na alocação ótima

##### 1.0.2.2.5 🧮 Exemplo aplicado (dados da lousa):

| Estrato |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1500 | 10 | 3 | 8660,25 | 25.580,76 |
| 2 | 2000 | 15 | 3 | 17320,51 | 51.961,52 |
| 3 | 2500 | 20 | 6 | 20442,41 | 122.474,49 |
| 4 | 4000 | 5 | 3 | 8944,27 | 44.721,36 |
| **Total** | 10000 | — | — | **55327,45** | **245.138,13** |

##### 1.0.2.2.6 ✅ Cálculo final do tamanho amostral ótimo:

##### 1.0.2.2.7 📌 Alocação da amostra por estrato

A alocação ótima é feita via:

Com valores:

| Estrato |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,8660 | 247 |
| 2 | 1,73205 | 495 |
| 3 | 2,04124 | 583 |
| 4 | 0,89443 | 256 |
| **Total** | **5,53372** | **1581** |

##### 1.0.2.2.8 🧾 Verificação do custo total:

✅ Tudo bate com o orçamento.

#### 1.0.2.3 [Aula 03 - Amostragem Estratificada com Controle de Precisão](https://youtu.be/mZ43HjlKdUU?si=AwgpCxrERL8yNCKp)

##### 1.0.2.3.1 🎯 Objetivo da Aula

Estimar o **tempo médio de serviço** com **controle da precisão**.

##### 1.0.2.3.2 📌 Parâmetros de precisão

* Erro amostral admissível:
* Nível de confiança:
* Valor crítico:
* Variância desejada:

##### 1.0.2.3.3 🧾 Fórmula para o tamanho ótimo da amostra com controle de precisão

##### 1.0.2.3.4 📘 Componentes:

* : peso do estrato
* : custo por unidade amostral
* : desvio padrão do estrato
* : variância desejada
* : tamanho total da amostra
* : alocação ótima por estrato

##### 1.0.2.3.5 📐 Fórmulas auxiliares (da lousa):

* Média estratificada estimada:
* Variância da média estratificada:
* Intervalo de confiança para :
* Alocação ótima por estrato:

##### 1.0.2.3.6 🧮 Exemplo aplicado (dados da lousa):

| Estrato |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5000 | 10 | 4 | 1,25 | 1,25 | 0,00125 |
| 2 | 8000 | 8 | 9 | 1,067 | 1,067 | 0,002125 |
| 3 | 3000 | 10 | 16 | 0,375 | 0,375 | 0,000278 |
| 4 | 4000 | 9 | 4 | 0,90 | 0,90 | 0,00081 |
| **Total** | 20000 | — | — | **3,592** | **3,592** | **0,004463** |

##### 1.0.2.3.7 ✅ Cálculo do tamanho amostral total:

##### 1.0.2.3.8 📊 Alocação ótima por estrato

| Estrato |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 1,25 | 437 |
| 2 | 1,067 | 373 |
| 3 | 0,375 | 131 |
| 4 | 0,90 | 315 |
| **Total** | **3,5917** | **1256** |

##### 1.0.2.3.9 🧾 Verificação do custo total: